

УДК 677.052

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПИТАЮЩЕЙ КАТУШКИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ПРЯДИЛЬНОЙ МАШИНЫ

Выскварко В.Г., Разин С.Н., Филатова Н.И., Иванова Н.А.

(Костромской государственный технологический университет)

В статье получена математическая модель движения катушки с питающей ровницей, закреплённой в верхней опоре, на высокоскоростной прядильной машине. Катушка совершает сферическое движение под действием силы веса и силы натяжения сматывающейся ровницы. Используя предложенную математическую модель, можно определить влияние различных параметров на амплитуду колебаний катушки и величину силы натяжения питающей ровницы.

Ключевые слова: катушка, питающая ровница, верхняя опора, прядильная машина, движение, математическая модель.

На высокоскоростной прядильной машине типа ПСК катушка с питающей ровницей может устанавливаться в двух опорах (верхней и нижней) или в одной верхней шаровой опоре. В работах [1,2] был исследован процесс сматывания ровницы с питающей катушки при её установке в двух опорах. Были получены математические зависимости, позволяющие определить влияние параметров катушки с ровницей, параметров питающей линии высокоскоростной прядильной машины, величины скорости ровницы на её натяжение при установке катушки с ровницей в двух опорах. Вариант с установкой в одной верхней опоре более удобен для установки катушки на машину и её съёма, уменьшает трудоёмкость обслуживания прядильной машины. Однако при пуске высокоскоростной прядильной машины, наблюдаются колебания катушки относительно верхней опоры. Амплитуда этих колебаний достигает

больших значений. Значительно возрастает сила натяжения ровницы, её обрывность и неровнота вырабатываемой пряжи [3]. Перед нами стояла задача разработать математическую модель движения катушки закреплённой в верхней опоре, чтобы затем с помощью этой модели определить влияние различных факторов на амплитуду колебаний катушки и величину натяжения ровницы, предложить решения для их уменьшения. Это позволит снизить обрывность и неровноту вырабатываемой пряжи.

Катушка с питающей ровницей совершает сферическое движение под действием силы веса катушки P и силы натяжения сматываемой ровницы T (см. рис.1). Точка O – точка подвеса катушки в верхней опоре, точка A – точка схода ровницы с катушки, точка O_1 – точка зажима ровницы между валками питающего прибора. Для описания движения катушки свяжем с ней подвижные оси координат xyz , положение которых относительно неподвижной системы координат $x_1y_1z_1$ описывается углами Эйлера: φ – собственного вращения, ψ – прецессии, θ – нутации.

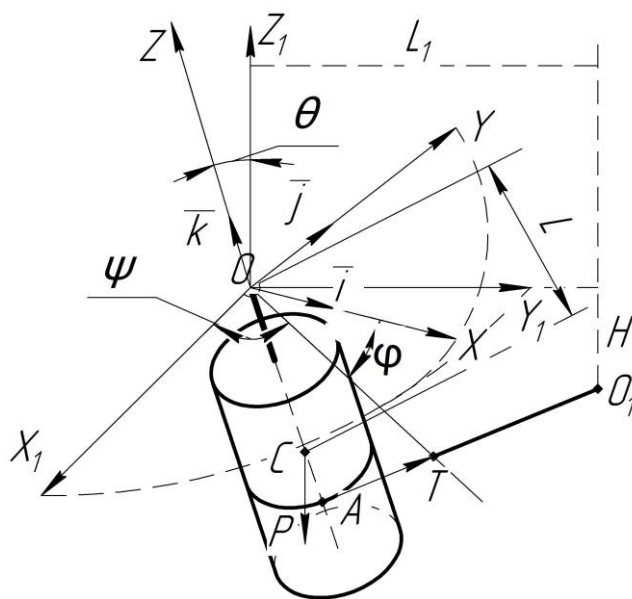


Рис.1 Расчётная схема

Динамические уравнения Эйлера [4] имеют вид:

$$\begin{cases} J_x \frac{d\omega_x}{dt} + (J_z - J_y) \omega_y \omega_z = M_x - M_{mpx} \\ J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_x - J_z) \omega_x \omega_z = M_y - M_{mpy} \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_y - J_x) \omega_x \omega_y = M_z - M_{mpz} \end{cases} \quad (1)$$

здесь J_x, J_y, J_z – моменты инерции катушки с ровницей относительно осей xyz соответственно, M_x, M_y, M_z – моменты внешних сил действующие на катушку относительно тех же осей, $M_{mpx}, M_{mpy}, M_{mpz}$ – моменты трения в верхней опоре действующие относительно тех же осей. Считаем, что $M_{mpx} = M_{mpy} = M_{mpz}$.

Поскольку масса катушки при сматывании ровницы изменяется медленно, реактивными силами пренебрегаем. Считаем так же, что катушка с ровницей симметрична относительно плоскостей xy и xz , тогда $J_x = J_y$.

Проекции угловой скорости катушки на оси координат определяются по формулам [4]:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\psi} \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi + \dot{\theta} \cdot \cos \varphi \\ \omega_y &= \dot{\psi} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi - \dot{\theta} \cdot \sin \varphi \\ \omega_z &= \dot{\varphi} + \dot{\psi} \cos \theta, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{Тогда } \frac{d\omega_x}{dt} = \ddot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \ddot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} (\cos \theta \sin \varphi \cdot \dot{\theta} + \sin \theta \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}) - \dot{\theta} \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} = \ddot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \ddot{\theta} \sin \varphi + \dot{\psi} (\cos \theta \cos \varphi \cdot \dot{\theta} - \sin \theta \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}) - \dot{\theta} \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \ddot{\varphi} + \ddot{\psi} \cos \theta - \dot{\psi} \sin \theta \cdot \dot{\theta}$$

Определим моменты сил P и T относительно осей xyz . При повороте осей на угол α (рис.2) новые координаты определяются по формулам:

$$\begin{cases} x_k = x_{1k} \cos \alpha + y_{1k} \sin \alpha \\ y_k = -x_{1k} \sin \alpha + y_{1k} \cos \alpha \end{cases} \quad (4)$$

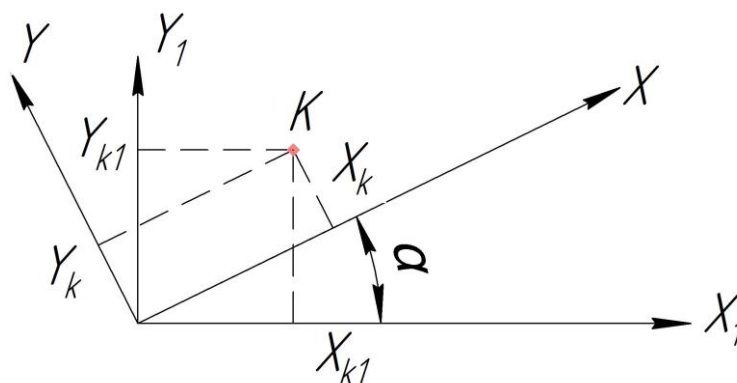


Рис.2

Центр масс паковки (изменением его положения с течением времени пренебрегаем) относительно подвижных осей xyz имеет координаты точки $C(0,0,L)$ (рис.1).

Направление вектора силы P в осях $x_1 y_1 z_1$ характеризуется координатами $(0,0,-1)$. Система xyz получается из системы координат $x_1 y_1 z_1$ последовательным поворотом на угол ψ - вокруг оси z_1 , на угол θ - вокруг линии узлов и на угол φ - вокруг оси z . Преобразовывая координаты единичного вектора P , получим:

$$(0,0,-1) \xrightarrow{\psi} (0,0,-1) \xrightarrow{\theta} (0, -\sin \theta, -\cos \theta) \xrightarrow{\varphi} (-\sin \theta \sin \varphi, -\sin \theta \cos \varphi, -\cos \theta). \quad (5)$$

Моменты силы P относительно осей xyz , учитывая выражение (5), находим по формуле:

$$\overline{M}_0(\overline{P}) = \overline{r}_c \times \overline{P} = P \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 0 & -L \\ -\sin \theta \sin \varphi & -\sin \theta \cos \varphi & -\cos \theta \end{vmatrix} = PL(-\sin \theta \cos \varphi \cdot \bar{i} + \sin \theta \sin \varphi \cdot \bar{j}) \quad (6)$$

Тогда, раскрывая определитель (6) по элементам первой строки, получаем :

$$\begin{aligned} M_x(\overline{P}) &= -PL \sin \theta \cos \varphi \\ M_y(\overline{P}) &= PL \sin \theta \sin \varphi \\ M_z(\overline{P}) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Определяем моменты силы натяжения ровницы T относительно осей xyz по формуле:

$$\overline{M}_0(\overline{T}) = \overline{r}_A \times \overline{T} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_A & y_A & z_A \\ T_x & T_y & T_z \end{vmatrix} = (y_A T_z - z_A T_y) \bar{i} + (z_A T_x - x_A T_z) \bar{j} + (x_A T_y - y_A T_x) \bar{k} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда:} \quad M_x(\overline{T}) &= (y_A T_z - z_A T_y) \bar{i} \\ M_y(\overline{T}) &= (z_A T_x - x_A T_z) \bar{j} \\ M_z(\overline{T}) &= (x_A T_y - y_A T_x) \bar{k} \end{aligned} \quad (9)$$

Определив координаты точек A и O_1 в подвижной системе отсчёта (рис.1), можно найти координаты векторов $\overline{r}_A (x_A, y_A, z_A)$ и $\overline{T} (T_x, T_y, T_z)$ и по формулам (9) определить момент силы натяжения T относительно точки подвеса катушки O .

Подставляя полученные выражения, вместе с выражениями (2), (3), (7), (9) в систему уравнений (1), получим математическую модель движения питающей катушки в виде системы трёх дифференциальных уравнений с четырьмя неизвестными φ, ψ, θ, T .

Если задаться законом изменения силы T , то, численно интегрируя эту систему уравнений, мы сможем определить законы изменения углов Эйлера φ, θ, ψ , а затем определить отклонение любой точки катушки относительно положения равновесия.

Если величина силы T неизвестна, то вышеуказанную систему уравнений нужно дополнить четвертым уравнением, связывающим скорость сматывания ровницы с катушки с углами Эйлера. В результате получим модель движения катушки в виде трёх дифференциальных уравнений 2-го порядка и одного алгебраического уравнения.

Используя полученные математические модели, в дальнейшем можно будет выполнить теоретическое исследование движения питающей катушки в стационарном и переходных режимах работы высокоскоростной прядильной машины. Это позволит определить силу натяжения ровницы и величину отклонения катушки от положения равновесия при разных режимах работы машины.

ВЫВОДЫ:

Разработана математическая модель движения питающей катушки высокоскоростной прядильной машины закреплённой в одной верхней шаровой опоре. Эта модель позволяет провести теоретическое исследование движения питающей катушки и определить влияние параметров катушки и питающей линии прядильной машины на величину силы натяжения ровницы и на характер движения катушки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вискварко В.Г. Методика расчета минимального допустимого времени пуска высокоскоростной прядильной машины с питанием ровницей /А.А.Телицын, Н.И.Филатова //Изв. вузов. Технология текст. пром-сти.- 1997.- №6.- с.95-98.

- 2.Филатова Н.И. Обоснование конструктивных параметров привода вытяжных приборов модульной самокруточной прядильной машины: Дисс ... к.т.н.-Кострома, 2008.
3. Филатова Н.И. Исследование условий размота ровницы в зоне питания высокоскоростной прядильной машины/Телицын А.А., Рудовский П.Н., Сорокин А.С.// Вестник КГТУ.-2007.- №15.- С.46-50.
- 4.Айзерман М.А. Классическая механика. - М: Изд-во Наука, 1974.-386 с.

MATHEMATICAL MODEL OF MOVEMENT OF FEEDING BOBBIN OF
HIGH-SPEED SPINNING MACHINE

Vyskvarko V.G., Razin S.N., Filatova N.I., Ivanova N.A.